



واحد یادگار امام (ره)
دانشکده مدیریت و حسابداری
گروه مدیریت صنعتی

روش سیمپلکس
تحقیق در عملیات 1

مدرس: فاطمه اسکندر

f.eskandar1359@gmail.com

همان طور که در فصل های گذشته گفته شد روش ترسیمی تنها برای حل مسأله برنامه ریزی خطی دو یا حداکثر سه متغیری مورد استفاده قرار می گیرد . بنابراین اکنون روشی را بیان می کنیم که برای مدل های بیش از دو متغیره کارا باشد روش سمپلکس بر الگوریتمی بنا شده است (در حقیقت الگوریتم هر فرآیند حلی را که قدم به قدم و تکراری باشد الگوریتم گفته می شود). مجموعه قدم هایی که به چنین فرآیندی به طور نظام گرا در هر دفعه تکرار می شود یک تکرار سمپلکس نامیده می شود برای درک بهتر روش سمپلکس جا دارد که روش حذفی گاوس جردن را بیان کنیم .

الف) می توان جای دو معادله را عوض کرد.

ب) می توان یک معادله را در عددی مخالف صفر ضرب کرد.

ج) می توان یک معادله را در عددی مخالف صفر ضرب کرد و با عدد دیگری جمع نمود.

مقدمات و ساختار الگوریتم سیمپلکس:

سیمپلکس عمدتاً عملیات خود را از مبدأ مختصات شروع می کند ، مبدأ مختصات و نقاط دیگری که از محل تقاطع سایر معادلات حدی به وجود می آید نقاط گوشه نامیده می شوند جواب حاصل از نقاط گوشه نقطه (جواب گوشه) نامیده می شود.

سیمپلکس بعد از شروع از مبدأ مختصات به یک نقطه گوشه مجاور (گوشه موجه) که مقدار تابع هدف را بهبود می بخشد حرکت می کند. آن کار تا رسیدن به نقطه موجه که از نقاط موجه اطرافش بهتر باشد ادامه می یابد این نقطه موجه را نقطه بهینه می نامند.

قضیه: هر نقطه گوشه موجه که از نقاط گوشه موجه اطرافش بهتر باشد نقطه بهینه است .

*** نکته *** از آنجا که عملیات با معادلات ساده تر از نامعادلات است ، لذا برای تبدیل نامعادلات به معادلات متغیرهای برابر ساز این وظیفه را بر عهده دارند مثلاً $x_1, x_2 \leq 7$ ، باید مبلغی بهش اضافه

کنیم که مساوی 7 شود پس: $x_1 + x_2 + S = 7$

مقدار S_i مثبت متغیرهای برابر ساز متغیرهایی هستند که با مقادیر غیر منفی که عمدتاً آن ها را با S_i نشان می دهیم که به سمت چپ معادله شما اضافه یا کم می شود که اگر در حالت اضافه کردن باشد متغیر کمکی می نامند .

*** نکته *** متغیرهای اساسی در روش سیمپلکس متغیرهایی هستند که دارای مقدار غیر صفر بوده و متغیر غیر اساسی متغیرهایی با مقدار صفر می باشند.

*** نکته *** هر جواب بدست آمده در حل دستگاه معادله دارای n متغیر غیر صفر باشد جواب اساسی خوانده می شود.

*** نکته *** ما باید یک متغیر ورودی مشخص کنیم و یک متغیر خروجی یعنی یک متغیر غیر اساسی وارد و یک متغیر اساسی خارج (جایگزین) شود.

برای ورودی کوچکترین عدد منفی پیدا می شود وارد می شود و برای خروجی ستون سمت راست را بر ستون متغیر ورودی تقسیم و در ستون حداکثرها قرار می دهیم. عددی که کوچکترین مقدار را داشته باشد متغیر خروجی.

*** نکته *** همیشه ضرائب متغیرهای اساسی را چک کنید باید خودشان یک و بالا و پائین صفر باشد .

*** نکته *** جایی که ستون ورودی و سطر خروجی با هم برخورد می کنند نقطه لولا نام دارد همیشه باید نقطه لولا یک شود و بالا و پائین آن صفر شود البته فقط با عملیات سطری مقدماتی

برای استاندارد کردن تابع هدف هر چیزی که سمت راست است به سمت چپ اضافه کنید تا یک معادله برابر با صفر به دست آید
برای استاندارد کردن محدودیت ها باید آنها را به شکل $=$ تبدیل کنید.
سمت چپ محدودیت \leq (کوچکتر مساوی) با S جمع می شود و تبدیل به مساوی می شود.

سمت چپ محدودیت \geq (بزرگتر مساوی) یک S کم شده یک R (در اینجا همان A است) به عنوان متغیر مصنوعی اضافه می شود. وقتی R اضافه کردید در تابع هدف استاندارد MAX مقدار MR + و در تابع هدف MIN مقدار MR - اضافه کنید

موجه بودن یعنی مثبت بودن تمام اعداد سمت راست برای هر دو نوع تابع هدف

متغیر کمبود و مازاد را متغیر کمکی نامیده و با S نمایش می دهند. متغیرهای مصنوعی را نیز با A یا R نمایش می دهند:

محدودیت	شکل استاندارد محدودیت
$2x_1 + 2x_2 \leq 12$	$2x_1 + 2x_2 + S = 12$
$2x_1 - x_2 \geq 10$	$2x_1 - x_2 - S + A = 10$
$2x_1 + 3x_2 = 15$	$2x_1 + 3x_2 + A = 15$

از متغیر کمکی به منظور تبدیل نامعادله به معادله و از متغیر مصنوعی به منظور تشکیل اولین جدول (اولین پایه) استفاده می گردد.

مثال ۱: شکل استاندارد مسأله زیر را بنویسید:

$$\text{Max } z = 8x_1 + 12x_2$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

چون محدودیت‌ها بصورت \leq هستند با استفاده از متغیرهای کمکی s_1 ، s_2 و s_3 آنها را به مساوی تبدیل می‌نمائیم. هم چنین به سبب هماهنگ ساختن تابع هدف با محدودیت‌ها که فقط اعداد ثابت در سمت راست آنها بوده و بقیه متغیرها در سمت چپ هستند، در تابع هدف نیز کلیه متغیرها را به سمت چپ منتقل می‌نمائیم:

شکل استاندارد مسأله:

$$\text{Max } z = 8x_1 + 12x_2 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + s_1 = 8$$

$$x_1 + x_2 + s_2 = 5$$

$$x_2 + s_3 = 3$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

جدول شماره ۱
(تکرار صفر)

متغیر پایه	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R.H.S
Z	-۸	-۱۲	۰	۰	۰	۰
s_1	۲	۱	۱	۰	۰	۸
s_2	۱	۱	۰	۱	۰	۵
s_3	۰	۱	۰	۰	۱	۳

$$\frac{8}{1} = 8$$

$$\frac{5}{1} = 5$$

$$\frac{3}{1} = 3$$

بطوریکه ملاحظه می‌گردد برای تشکیل جدول سیمپلکس کلیه متغیرها را به ترتیب (ابتدا متغیرهای اصلی و سپس متغیرهای کمکی) در بالای جدول می‌نویسیم.

در ستون متغیر پایه بعد از نوشتن Z، از هر محدودیتی یک متغیر را می‌نویسیم. s_1 از محدودیت اول، s_2 از محدودیت دوم و s_3 از محدودیت سوم در ستون متغیر پایه بعد از Z نوشته می‌شوند. لذا اولین سطر نشان دهنده تابع هدف و سطرهای بعدی هر کدام یکی از محدودیت‌ها را نشان می‌دهند.

متغیرهایی که در ستون متغیر پایه نوشته می‌شوند متغیرهای پایه نامیده می‌شوند که مقدارشان غیرصفر بوده و

مساوی اعداد مقابلشان در سمت راست جدول هستند. متغیرهایی که در ستون متغیر پایه نوشته نمی‌شوند متغیرهای غیرپایه نام داشته و مقدارشان مساوی صفر است.

باید توجه داشت که در تمام جدولهای سیمپلکس وجود شرایط زیر لازم است:

۱- تعداد متغیرهای پایه به تعداد محدودیت‌هاست.

۲- ستونهای مربوط به متغیرهای پایه بصورت بردار یکه هستند.

۳- اعداد سمت راست جدول (مقدار متغیرهای پایه) نامنفی می‌باشند.

۳- تکرار جدول

در این مرحله کارهایی که باید انجام گیرند به ترتیب زیرند:

- تعیین متغیر ورودی

- تعیین متغیر خروجی

- تکرار جدول

تعیین متغیر ورودی: در مسائل Max منفی ترین ضریب در سطر z و در مسائل Min مثبت ترین ضریب در سطر z متغیر ورودی را نشان می دهد. ستون مربوط به متغیر ورودی را ستون ورودی و یا ستون لولا می نامند. در مثال فوق متغیر x_4 به عنوان متغیر ورودی انتخاب می شود زیرا دارای منفی ترین ضریب در سطر z است.

تعیین متغیر خروجی: برای تعیین متغیر خروجی اعداد سمت راست جدول را بر اعداد مثبت متناظرشان در ستون لولا تقسیم نموده و کوچکترین نسبت را انتخاب می نمایم سطر مربوط به متغیر خروجی را سطر خروجی و یا سطر لولا می نامند.

عددی را که در تقاطع سطر و ستون لولا قرار می گیرد عدد لولا می نامند. عدد لولا در روش سیمپلکس یک عدد مثبت است.

در مثال فوق متغیر x_4 به عنوان متغیر خروجی در نظر گرفته می شود زیرا سطر مربوطه دارای کوچکترین نسبت است. در صورتی که متغیر خروجی اشتباه انتخاب شود در جدول بعدی حداقل یکی از اعداد سمت راست منفی می گردد جدول غیرموجه می شود.

متغیر ورودی در تابع هدف ماکزیمم: منفی ترین عدد سطر Z
در تابع هدف مینیمم: مثبت ترین عدد سطر Z
خروجی: مینیمم حاصل تقسیم اعداد سمت راست بر متناظر **مثبت** آنها در ستون ورودی

هدف یکه کردن متغیر ورودی در جدول سیمپلکس با استفاده از اعمال
سطری مقدماتی است.

تقاطع سطر خروجی و ستون ورودی که عدد لولا نامیده می شود باید 1 شود. یعنی بر خودش تقسیم شود. برای این کار کل سطر را بر عدد لولا باید تقسیم کنیم.

تقاطع سطر خروجی و ستون ورودی که عدد لولا نامیده می شود باید 1 شود. یعنی بر خودش تقسیم شود. برای این کار کل سطر را بر عدد لولا باید تقسیم کنیم.

برای صفر کردن عددی در ستون ورودی که باید صفر شود را پیدا می کنیم قرینه آن عدد را در سطر لولای جدید یعنی سطری که در آن 1 درست کردیم ضرب می کنیم و با سطر قدیم جمع می کنیم.

سطر Z قدیم	-8	-12
سطر لولای جدید (12)	.	①	.	.	1	3
سطر Z جدید	-8	.	.	.	12	36 → 12 × 3 + 0
	$12 \times 0 + (-8)$				$12 \times 1 + 0$	

سطر S ₁ قدیم	2	1	1	.	.	8
سطر لولای جدید (-1)	.	①	.	.	1	3
سطر S ₁ جدید	2	.	1	.	-1	5

سطر S ₂ قدیم	1	1	.	1	.	5
سطر لولای جدید (-1)	.	①	.	.	1	3
سطر S ₂ جدید	1	.	.	1	-1	2

عدد لولا در این مثال 1 است پس سطر لولای جدید در این مثال برابر با سطر لولای قدیم است.

$$Z \text{ جدید} = Z \text{ قدیم} + (12 \times X_2 \text{ جدید})$$

$$S_2 \text{ جدید} = S_2 \text{ قدیم} + (-1 \times X_2 \text{ جدید})$$

$$S_1 \text{ جدید} = S_1 \text{ قدیم} + (-1 \times X_2 \text{ جدید})$$

چون در سطر Z ضریب X₁ منفی به دست آمده جدول بهینه نیست و باید ادامه دهیم بنابراین X₁ ورودی است

بنابراین جدول بعدی بصورت زیر است :

متغیر پایه	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	-8	0	0	0	12	36
s_1	2	0	1	0	-1	5
s_2	1	0	0	1	-1	2
x_2	0	1	0	0	1	3

جدول شماره ۲
(تکرار اول)

$$\frac{5}{2} = 2.5$$

$$\frac{2}{1} = 2$$

جدول فوق بهینه نیست زیرا در سطر Z عدد منفی وجود دارد بنابراین x_1 را بعنوان متغیر ورودی و s_2 را بعنوان متغیر خروجی تعیین نموده و جدول بعدی را می نویسیم:

عدد لولا در این مثال 1 است پس سطر لولای جدید در این مثال برابر با سطر لولای قدیم است.

$$Z_{\text{جدید}} = Z_{\text{قدیم}} + (x_1 \times 8)_{\text{جدید}}$$

$$s_1_{\text{جدید}} = s_1_{\text{قدیم}} + (x_2 \times -2)_{\text{جدید}}$$

عدد x_2 چون مقدارش صفر است پس می توان خود سطر را نوشت

		x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
	Z	۰	۰	۰	۸	۴	۵۲
جدول شماره ۳ (تکرار دوم)	s_1	۰	۰	۱	-۲	۱	۱
	x_1	۱	۰	۰	۱	-۱	۲
	x_2	۰	۱	۰	۰	۱	۳

جدول نهایی

چون در سطر Z جدول فوق عدد منفی وجود ندارد جدول نهایی بدست آمده و جواب بهینه بصورت زیر است:

$$x_1^* = 2 \quad x_2^* = 3 \quad s_1^* = 1 \quad s_2^* = 0 \quad s_3^* = 0 \quad Z^* = 52$$

بطوریکه ملاحظه می‌گردد روش سیمپلکس یک روش جبری است که در هر تکرار آن فرآیند ثابت و مشابهی انجام می‌گیرد، بنابراین روش سیمپلکس یک الگوریتم است، زیرا هر فرآیند حلی که قدم به قدم و تکراری باشد یک الگوریتم محسوب می‌شود.

$$\max Z=40X_1+50X_2$$

$$X_1+2X_2\leq 40$$

$$4X_1+3X_2\leq 120$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } Z -40X_1 - 50 X_2 + 0S_1 + 0S_2 = 0$$

$$X_1 + X_2 + S_1 = 40$$

$$4X_1 + 3X_2 + S_2 = 120$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$$

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z0	1	-40	-50	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	40
S2	0	4	3	0	1	120

در بعضی از کتاب ها Z در ستون ها نیز آورده می شود.
متغیر X2 ورودی و با توجه به مینیمم حاصل تقسیم 40 بر 2 یعنی 20 و
120 بر 3 یعنی 40 متغیر S1 به عنوان خروجی انتخاب می شود.

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z0	1	-40	-50	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	40
S2	0	4	3	0	1	120

سطر لولا

ستون لولا

عنصر لولا

محاسبه سطر جدید لولا

مقادیر سطر لولای قدیم

$$\text{مقادیر سطر لولای جدید} = \frac{\text{مقادیر سطر لولای قدیم}}{\text{عدد لولا}}$$

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z0						
X2	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	20
S2						

مقادیر سطر جدید

سطر قدیم + (قرینه عدد متناظر ستون لولا ضربدر سطر لولای جدید)

- عددی که می خواهید صفر شود پیدا کنید آن را در تک تک عناصر سطر لولای جدید یعنی همان سطری که در آن 1 درست کردید ضرب کنید و با نظیر آنها در سطر قدیمی جمع کنید. سطر جدید تشکیل می شود.

محاسبه ضرایب S2

مقادیر ردیف جدید	مقادیر مربوط به ردیف اولای جدید	ضرب مربوط در ستون لولا	مقادیر	ردیف قدیم	ستون
0	=	0)	*	(3	- 0
5/2	=	1/2)	*	(3	- 4
0	=	1)	*	(3	- 3
-3/2	=	1/2)	*	(3	- 0
1	=	0)	*	(3	- 1
60	=	20)	*	(3	- 120
					سمت راست

محاسبه ضرایب Z

مقادیر جدید		مقادیر مربوط		ضرایب مربوط		مقادیر قدیم	
جدید	به ردیف اولای جدید	*	در ستون لولا	-	ردیف قدیم	ستون	
1	=	0)	*	(-50	-	1	z
-15	=	1/2)	*	(-50	-	-40	x1
0	=	1)	*	(-50	-	-50	x2
25	=	1/2)	*	(-50	-	0	s1
0	=	0)	*	(-50	-	0	s2
1000	=	20)	*	(-50	-	0	سمت راست

تابلوی سیمپلکس

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z0	1	-15	0	25	0	1000
X2	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	20
S2	0	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	1	60

محاسبات تابلوی جدید

تابلوی جدید

-منفی ترین ضریب مربوط به x_1 است. (- 15)

-نحوه تعیین متغیر خروجی:

متغیر اساسی	مقادیر سمت راست
x_2	$20 / (2/1) = 40$
متغیر خروجی s_2	$60 / (2/5) = 24$

سپروستون لولای جدید

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z0	1	-15	0	25	0	1000
X2	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	20
S2	0	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	1	60

عدد لولا

تابلوی جدید

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z0	1	0	0	16	6	1360
X2	0	0	1	4/5	-1/5	8
x1	0	1	0	-3/5	2/5	24

شرط بهینگی تابلوی سیمپلکس

- « کلیه مقادیر سطر صفر (z) ، غیر منفی باشند . »
یا
 - کلیه مقادیر سطر صفر (z) صفر یا عدد مثبت باشند .
- با توجه به شرط بهینگی تابلوی سیمپلکس تابلوی سوم تابلوی بهینه است .

خلاصه مراحل روش سیمپلکس

- 1 – مدل مسئله به فرم استاندارد تبدیل شود .
- 2 – تابلوی اولیه بر اساس جواب موجه اساسی در مبدا مختصات تنظیم شود .
- 3 – ستون لولا بر اساس متتقی ترین ضریب سطر صفر تعیین شود.
- 4 – سطر لولا بر اساس حداقل حاصل تقسیم مقادیر سمت راست بر عناصر مثبت ستون لولا تعیین شود .
- 5 – ضرایب سطر لولای جدید محاسبه شود .
- 6 – ضرایب دیگر سطرها محاسبه شود .
- 7 – شرط بهینگی کنترل گردد .

برای محدودیت های بزرگتر مساوی در یک مسئله غیر بهینه و موجه باید از متغیر مصنوعی R استفاده کرده و روش پیشنهادی M بزرگ است.

متغیر مصنوعی (R) چیست ؟

- متغیر مصنوعی (R) نه به معنای کمبود است و نه به معنای مازاد . بلکه متغیر مصنوعی کمک می کند تا فاصله موجه جواب آنقدر بزرگ شود که مبدا مختصات را نیز در بر گیرد . بدین ترتیب مبدا مختصات یک نقطه جواب موجه می شود .

توجه

- از آنجا که R مصنوعی بوده و معنای فیزیکی و واقعی ندارد نباید منطقه موجهی که به این ترتیب ایجاد گردید به عنوان جواب انتخاب شود . پس R اجازه انتخاب شدن نهائی را ندارد .

M چیست

- برای رسیدن به این منظور باید به متغیر مصنوعی جریمه بست M که عددی بسیار بزرگ است در خلاف جهت تابع هدف به R بسته می شود . یعنی اگر تابع هدف حداکثر سازی است از آن کم و اگر حداقل سازی است به آن اضافه می شود .

$$\text{MAX } z = 6X_1 + 3X_2$$

S. to :

$$2X_1 + 4X_2 \geq 16$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 24$$

$$4X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Max } (Z) = 6X_1 + 3X_2 + MR_1 + MR_2$$

$$X_1 + 4X_2 - S_1 + R = 16$$

$$4X_1 + 3X_2 - S_2 + R_2 = 24$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, R_1, R_2 \geq 0$$

ویژگی تابلوی سیمپلکس

- ضرایب متغیرهای اساسی تابلو باید در سطر Z برابر صفر باشد .
- ضرایب متغیرهای اساسی در محدودیت های تشکیل واحد دهد .
- با توجه به ویژگیهای تابلوی سیمپلکس تابلوی بالا- تابلوی اول نبوده زیرا ویژگی اول در آن نقض شده است . این تابلو مقدماتی است و برای تبدیل آن به تابلوی اول باید در سطر Z ضرایب $R1$ و $R2$ صفر شود .



تابلوی مقدماتی

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	R1	R2	مقادیر سمت راست
Z0	1	6	3	0	0	M	M	0
R1	0	2	4	-1	0	1	0	16
R2	0	4	3	0	-1	0	1	24

صفر کردن R_2, R_1 صرایب

R2. R1 مجموع ردیفهای M 0 2 4 -1 0 1 0 16

M 0 4 3 0 -1 0 1 24

Z ردیف -1 6 3 0 0 M M 0

نتیجه -1 6-6M 3-7M M M 0 0 -40M

برای صفر کردن هر یک از M ها از یک موجود در ستون خودش استفاده کنید

$$Z = -M \times R_1 + Z$$

$$Z = -M \times ZR + Z$$

تابلوی اول

متغیرهای اساسي	Z	X1	X2	S1	S2	R1	R2	مقادیر سمت راست
Z0	1	6-6M	3-7M	M	M	0	0	-40M
R1	0	2	4	-1	0	1	0	16
R2	0	4	3	0	-1	0	1	24

- در تابلوی چهارم هیچیک از اعداد سطر Z منفی نیستند . بنابراین تابلوی چهارم تابلوی بهینه است .

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	R1	R2	مقادیر سمت راست
Z ₀	1	$9/2 - 5/2M$	0	$3/4 - 3/4M$	M	$3/4 + 7/4M$	0	-12-12M
X2	0	$1/2$	1	-1/4	0	$1/4$	0	4
R2	0	5/2	0	$3/4$	-1	-3/4	1	12
Z ₀	1	0	0	-3/5	9/5	$3/5 + M$	$-9/5 + M$	168/5
X1	0	0	1	-2/5	1/5	2/5	1/5	8/5
X1	0	1	0	3/10	-2/5	-3/10	2/5	24/5
Z ₀	1	2	0	0	1	M	-1+M	24
R1	0	4/3	1	0	-1/3	0	1/3	8
S1	0	10/3	0	1	-4/3	-1	4/3	16

موارد خاص

1- جواب بهینه چندگانه

2- فاقد ناحیه جواب

3- ناحیه جواب بیکران

$$\text{Max } Z = 40X_1 + 30X_2$$

S .to:

$$X_1 + 2X_2 \leq 40$$

$$4X_1 + 3X_2 \leq 120$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

بهینه چندگانه

حل مثال

متغیرهای اساسي	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z	1	-40	-30	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	40
S2	0	4 *	3	0	1	120
Z	1	0	0	0	10	1200
S1	0	0	5/4	1	-1/4	10
X1	0	1	3/4	0	1/4	30

در این جدول بهینه شده است. زیرا در سطر Z منفی نداریم
 اما تعداد صفرهای سطر Z باید به تعداد متغیرهای پایه باشد ولی یکی
 بیتر است و مربوط به متغیر $S1$
 صفر اضافه را به عنوان متغیر ورودی در نظر بگیرید به جدول
 سیمپتکس بعدی بروید و نقطه دیگر پاره خط جواب بهینه را به دست
 آورید

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z	1	0	0	0	10	1200
X2	0	0	1	4/5	-1/5	8
X1	0	1	0	-3/5	2/5	24

ناحيه جواب بيكران

$$\text{Max } Z = x_1 + 2x_3$$

s .to:

$$x_1 - 2x_2 \leq 4$$

$$-x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

وقتی ورودی داشته باشیم در اینجا $X1$ اما خروجی نداشته باشیم، زیرا ستون زیر $X1$ دارای مقادیر -2 و -1 است و مثبت نداریم. ناحیه موجه نامحدود و جواب بهینه نیز نامحدود است. اگر این ستون بدون اعداد مثبت وجود داشته باشد اما زیر ورودی نباشد، ناحیه موجه نامحدود اما جواب بهینه محدود است.

متغیرهای اساسی	Z	X1	X2	S1	S2	مقادیر سمت راست
Z	1	-1	-3	0	0	0
S1	0	1	-2	1	0	2
S2	0	-1	1	0	1	3
Z	1	-4	0	0	3	9
S1	0	-2	0	1	4	10
X2	0	-1	1	0	1	3

۴) مسئله زیر را به روش سیمپلکس حل کنید.

$$\text{Max } Z = 6X_1 + 8X_2$$

استاندارد

$$\text{Max } Z - 6X_1 - 8X_2 = 0$$

$$\text{S.t. } 4X_1 + X_2 \leq 20$$

\Rightarrow

$$4X_1 + X_2 + s_1 = 20$$

$$X_1 + 4X_2 \leq 40$$

$$X_1 + 4X_2 + s_2 = 40$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$X_1, X_2, s_1, s_2 \geq 0$$

	Z	X_1	X_2	s_1	s_2	R.H.S
Z	1	-6	-8	0	0	0
s_1	0	4	1	1	0	20
s_2	0	1	4	0	1	40
Z	1	-4	0	0	2	80
s_1	0	$\frac{15}{4}$	0	1	$-\frac{1}{4}$	10
X_2	0	$\frac{1}{4}$	1	0	$\frac{1}{4}$	10
Z	1	0	0	$\frac{16}{15}$	$\frac{26}{15}$	$\frac{272}{15}$
X_1	0	1	0	$\frac{10}{4}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{8}{3}$
X_2	0	0	1	$-\frac{1}{10}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{28}{3}$
				$-\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$	3

در جدول اول X_2 ورودی و s_2 خروجی است. عدد لولا 4 باید تبدیل به 1 شود.

سطر Z جدید = سطر Z قدیم + (8 برابر X_2 جدید)

سطر s_1 جدید = سطر s_1 قدیم + (-1 برابر X_2 جدید)

